复决赛冲刺 之 每周一题 运动学答案

(1) 根据图示，这个运动在 z 方向没有分量。

从而直接写出 $y = xtan\theta - \frac{g(1+tan^2\theta)}{2{v_0}^2}x^2$

(2)

(2.1) 上述轨迹方程中，以$tan\theta$为主元，整理得：

$$\frac{gx^2}{2{v_0}^2}tan^2\theta - xtan\theta + \frac{gx^2}{2{v_0}^2} + y = 0$$

这是一个关于$tan\theta$的二次方程，$\Delta = 0$有：

$$\Delta = \ x^2 - 4 * \frac{gx^2}{2{v_0}^2}\left(\frac{gx^2}{2{v_0}^2} + y\right) = 0$$

消去x^2的项，整理得：

$$y = -\frac{g}{2{v_0}^2}x^2 + \frac{{v_0}^2}{2g}$$

这即是二维抛体的情况下的包络线方程。注意到各个方向的对称性，可以直接推广到 oxyz 系中，相当于旋转之，即取x^2为$x^2 + z^2$即可，从而有：

$$y = -\frac{g}{2{v_0}^2}(x^2 + z^2) + \frac{{v_0}^2}{2g}$$

(2.2) 直接写出：

$$x = y'sin\alpha + x'\cos\alpha$$

$$y = y'cos\alpha - x'\sin\alpha$$

$$z = z$$

(2.3) 将(2.2)中的关系带入包络面方程，并注意到${v_0}^2 = ghcos^2\alpha$

且我们考虑的是在斜面上的最远位置，故再取$y' = -hcos\alpha$，整理得：

$$\frac{(n - 2hsin\alpha)^2}{3h^2} + \frac{z^2}{3h^2cos^2\alpha} = 1$$

显然，这是个椭圆。

面积 $S = \pi ab = 3h^2cos\alpha$，从而$\alpha = 0$的时候$S_{max} = 3h^2$成立。